1. Operaciones con límites

Página 227. Ejercicio 7

a) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{4n^5-n^2}{2n^6+1}-\frac{3n^2-1}{n^2+1}\right)=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{4n^5-n^2}{2n^6+1}\right)-\lim_{n\to\infty}\left(\frac{3n^2-1}{n^2+1}\right)=0-3=-3$

b) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{3n^2-1}{n^3}\cdot\frac{4n^4}{2n^4+3}\right)=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{3n^2-1}{n^3}\right)\cdot\lim_{n\to\infty}\left(\frac{4n^4}{2n^4+3}\right)=0\cdot\frac{4}{2}=0$

c) $\lim_{n\to\infty}\ln\frac{n^2+7}{2n}=\ln\lim_{n\to\infty}\frac{n^2+7}{2n}=\ln(+\infty)=+\infty$

d) $\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{3n^2+1}{n^2+n+2}}=\sqrt{\lim_{n\to\infty}\frac{3n^2+1}{n^2+n+2}}=\sqrt{\frac{3}{1}}=\sqrt{3}$

f) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^3(1-n)}{2n^4-n-1}+\frac{4}{n^2}\right)=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^3-n^4}{2n^4-n-1}\right)+\lim_{n\to\infty}\left(\frac{4}{n^2}\right)=\frac{-1}{2}+0=-\frac{1}{2}$

Página 227. Ejercicio 8f)

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2-1}{n^2}\right)^{\frac{n+1}{n^2}}=\left(\lim_{n\to\infty}\frac{2n^2-1}{n^2}\right)^{\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{n^2}}=\left(\frac{2}{1}\right)^0=1$$

2. Indeterminación del tipo $\frac{\infty}{\infty}$

Página 229. Ejercicio 11b)

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n^3+3n^2}{\sqrt{n^3-n^2-5}}=\frac{\lim_{n\to\infty}n^3+3n^2}{\lim_{n\to\infty}\sqrt{n^3-n^2-5}}=\frac{\lim_{n\to\infty}n^3+3n^2}{\sqrt{\lim_{n\to\infty}n^3-n^2-5}}=\frac{+\infty}{\sqrt{+\infty}}=\frac{+\infty}{+\infty}\text{ INDETERMINACIÓN}$$

Grado del numerador$=3$; Grado del denominador$=\frac{3}{2}$; Mayor grado$=3$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{n^3}{n^3}+\frac{3n^2}{n^3}}{\sqrt{\frac{n^3}{n^6}-\frac{n^2}{n^6}-\frac{5}{n^6}}}=\frac{\lim_{n\to\infty}1+\frac{3}{n}}{\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{1}{n^3}-\frac{1}{n^4}-\frac{5}{n^6}}}=\frac{\lim_{n\to\infty}1+\frac{3}{n}}{\sqrt{\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^3}-\frac{1}{n^4}-\frac{5}{n^6}}}=\frac{1}{0}=+\infty$$

Página 229. Ejercicio 12b)

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{8n^4+3n-1}}{3n^2-1}=\frac{\sqrt[3]{\lim_{n\to\infty}8n^4+3n-1}}{\lim_{n\to\infty}3n^2-1}=\frac{\sqrt[3]{+\infty}}{+\infty}=\frac{+\infty}{+\infty}\text{ INDETERMINACIÓN}$$

Grado del numerador$=\frac{4}{3}$; Grado del denominador$=2$; Mayor grado$=2$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{\frac{8n^4}{n^6}+\frac{3n}{n^6}-\frac{1}{n^6}}}{\frac{3n^2}{n^2}-\frac{1}{n^2}}=\frac{\sqrt[3]{0}}{3}=\frac{0}{3}=0$$

3. Indeterminación del tipo $\infty - \infty$

Página 230. Ejercicio 13

b) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1-2n^2}{3n-2}-\frac{-3n^2}{n-4}\right)=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1-2n^2}{3n-2}\right)-\lim_{n\to\infty}\left(\frac{-3n^2}{n-4}\right)=-\infty+\infty$ INDET.

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{(1-2n^2)(n-4)-(-3n^2)(3n-2)}{(3n-2)(n-4)}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{7n^3+2n^2+n-4}{3n^2-14n+8}=+\infty$$

c) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^3+2}{4n^2-n-1}-\frac{n^3+2n+1}{n^2+1}\right)=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^3+2}{4n^2-n-1}\right)-\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^3+2n+1}{n^2+1}\right)=+\infty-\infty$ INDET.

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{(n^3+2)(n^2+1)-(n^3+2n+1)(4n^2-n-1)}{(4n^2-n-1)(n^2+1)}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{-3n^5+n^4-6n^3+3n+3}{4n^4-n^3+3n^2-n-1}=-\infty$$

Página 230. Ejercicio 14

b) $\lim_{n\to\infty}(2n-\sqrt{n^2-1})=\lim_{n\to\infty}2n-\lim_{n\to\infty}\sqrt{n^2-1}=+\infty-\infty$ INDET.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(2n-\sqrt{n^2-1})(2n+\sqrt{n^2-1})}{(2n+\sqrt{n^2-1})}=\lim_{n\to\infty}\frac{4n^2-(n^2-1)}{2n+\sqrt{n^2-1}}=\lim_{n\to\infty}\frac{3n^2+1}{2n+\sqrt{n^2-1}}=\frac{+\infty}{+\infty}\text{ INDET.}$$

Grado del numerador= 2; Grado del denominador= 1; Mayor grado= 2

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{3n^2}{n^2}+\frac{1}{n^2}}{\frac{2n}{n^2}+\sqrt{\frac{n^2}{n^4}-\frac{1}{n^4}}}=\frac{3}{0}=+\infty$$

c) $\lim_{n\to\infty}(\sqrt{3n+1}-n)=\lim_{n\to\infty}\sqrt{3n+1}-\lim_{n\to\infty}n=+\infty-\infty$ INDET.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(\sqrt{3n+1}-n)(\sqrt{3n+1}+n)}{\sqrt{3n+1}+n}=\lim_{n\to\infty}\frac{(3n+1)-n^2}{\sqrt{3n+1}+n}=\frac{-\infty}{+\infty}\text{ INDET.}$$

Grado del numerador= 2; Grado del denominador= 1; Mayor grado= 2

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{3n}{n^2}+\frac{1}{n^2}-\frac{n^2}{n^2}}{\sqrt{\frac{3n}{n^4}+\frac{1}{n^4}}+\frac{n}{n^2}}=\frac{-1}{0}=-\infty$$

d) $\lim_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+4n-1}-\sqrt{n^2+1})=\lim_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+4n-1})-\lim_{n\to\infty}\sqrt{n^2+1}=+\infty-\infty$ INDET.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(\sqrt{n^2+4n-1}-\sqrt{n^2+1})(\sqrt{n^2+4n-1}+\sqrt{n^2+1})}{(\sqrt{n^2+4n-1}+\sqrt{n^2+1})}=\lim_{n\to\infty}\frac{4n-2}{\sqrt{n^2+4n-1}+\sqrt{n^2+1}}=\frac{+\infty}{+\infty}\text{ INDET.}$$

Grado del numerador= 1; Grado del denominador= 1; Mayor grado= 1

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{4n}{n}-\frac{2}{n}}{\sqrt{\frac{n^2}{n^2}+\frac{4n}{n^2}-\frac{1}{n^2}}+\sqrt{\frac{n^2}{n^2}+\frac{1}{n^2}}}=\frac{4}{\sqrt{1}+\sqrt{1}}=\frac{4}{2}=2$$